Tag der Mathematik 2026

Gruppenwettbewerb
Einzelwettbewerb
Mathematische Hürden

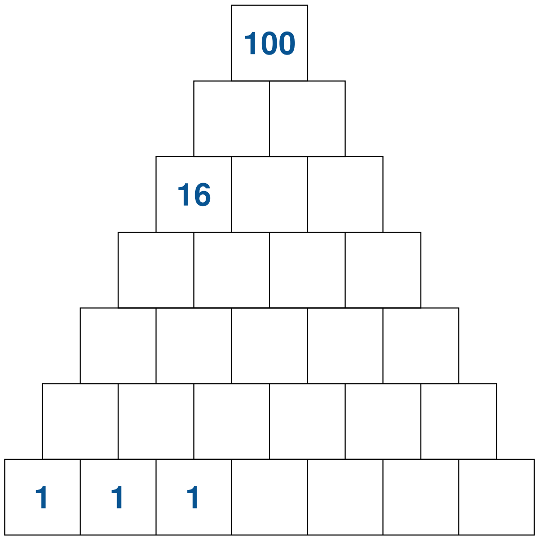
Aufgaben

Allgemeine Hinweise:
Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!

Aufgabe G1

In die abgebildete Additionspyramide soll in jedes Quadrat eine natürliche Zahl geschrieben werden, so dass folgende Regel erfüllt ist: Die Summe zweier benachbarter Zahlen in einer Reihe steht im darüber liegenden Quadrat.



Fünf Zahlen sind bereits eingetragen.

a) Füllen Sie die Additionspyramide aus, so dass die Regel erfüllt ist.

b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es dafür?

(Hinweis: Natürliche Zahlen sind die Zahlen 1, 2, 3, 4,. . .)

Aufgabe G2

Nina trainiert für einen Marathon.

An jedem Trainingstag beginnt sie mit einer ersten Teilstrecke von 8 Kilometern.

Am Ende jeder Teilstrecke wirft sie eine Münze. Bei Kopf beendet sie das Training für diesen Tag, bei Zahl läuft sie eine weitere Teilstrecke, die aber nur halb so lang ist wie die vorhergehende. Das wiederholt sie solange, bis irgendwann Kopf kommt.

(Die Münze zeigt jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ Kopf bzw. Zahl.)

a) Wie weit läuft Nina, wenn sie drei mal Zahl und dann Kopf wirft?

b) Zeigen Sie, dass Nina nie weiter als 16 Kilometer läuft, egal wie oft Zahl kommt.

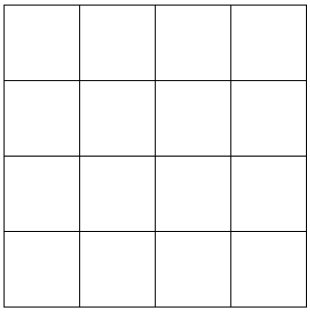
c) Nach einigen Tagen behält Nina zwar die Trainingsmethode bei, variiert aber, abhängig von ihrer gefühlten Tagesform, die Länge der ersten Startstrecke und startet nun statt mit 8 Kilometern auch mal mit 4, 12 oder 16 Kilometern.

   Wie weit läuft Nina in den drei Fällen jeweils, wenn sie drei mal Zahl und dann Kopf wirft?

d) Wie weit läuft Nina an einem Trainingstag durchschnittlich, wenn sie mit 16 Kilometern startet?

Aufgabe G3

Gegeben ist ein quadratisches $(n \times n)$-Raster aus gleichgroßen Quadraten.



In das Raster wird genau ein Rechteck eingezeichnet. Die Seiten des Rechtecks verlaufen parallel zu den Gitterlinien, und die Eckpunkte des Rechtecks liegen auf den Gitterpunkten des Rasters.

Zwei Rechtecke gelten als unterschiedlich, wenn sie sich in Lage oder Größe unterscheiden.

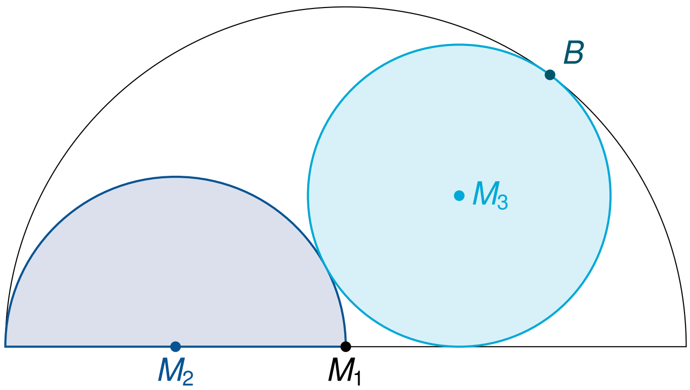
Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein solches Rechteck…

a) …in ein (4×4)-Raster einzuzeichnen?

b) …in ein (8×8)-Raster einzuzeichnen?

c) …in ein $(n \times n)$-Raster einzuzeichnen?

Aufgabe G4



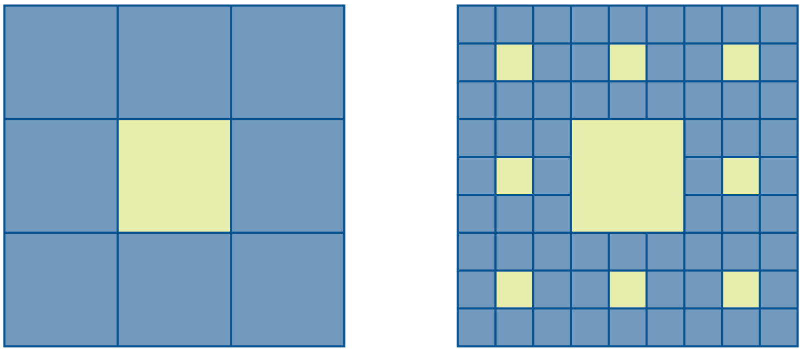
In einem Halbkreis um M_1 mit dem Radius 18 liegen ein weiterer Halbkreis um M_2 und ein Vollkreis um M_3, der beide Halbkreise berührt. B markiert den Berührpunkt der Kreisbögen um M_1 und M_3 (siehe Abbildung).

Berechnen Sie den Radius des Vollkreises.

Aufgabe E1

Ein quadratischer Teppich mit 9 m Seitenlänge wird im ersten Schritt in neun gleiche Quadrate aufgeteilt. Das mittlere Quadrat wird anschließend herausgeschnitten.

Im zweiten Schritt wird mit den verbleibenden Quadraten ebenso verfahren.



a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des löchrigen Teppichs nach den ersten beiden Schritten.

b) Berechnen Sie seinen Flächeninhalt nach dem dritten Schritt, wenn man das Verfahren fortsetzt.

(Hinweis: Das Ergebnis kann als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

c) Geben Sie einen Term an, mit dem sich der Flächeninhalt des löchrigen Teppichs nach n Schritten berechnen lässt.

Aufgabe E2

Für die ganzen Zahlen a, b, c gelte $0 < a < b < c$. Zeigen Sie:

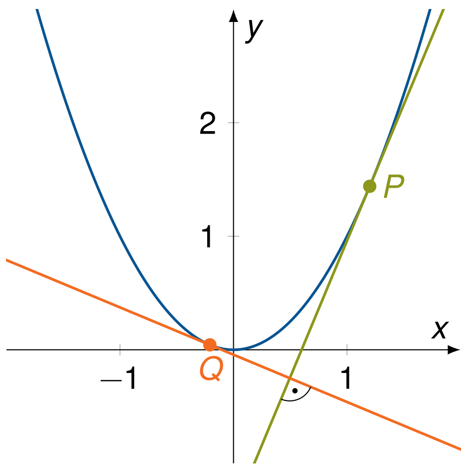
a) $(c-a)(c-b)(b-a)$ ist gerade.

b) $P = a \cdot b \cdot c \cdot (c-a)(c-b)(b-a)$ ist durch 12 teilbar.

Zentrum für Mathematik · Tachauer Straße 4 · 36119 Neuhof
Internet: zfm.education · Email: tdm@zfm.education

Aufgabe E3

Sei P ein Punkt auf der Normalparabel $f(x) = x^2$.
Ist P nicht der Ursprung, so gibt es einen Punkt Q auf der Parabel, sodass die Tangente an Q die Tangente an P orthogonal schneidet.

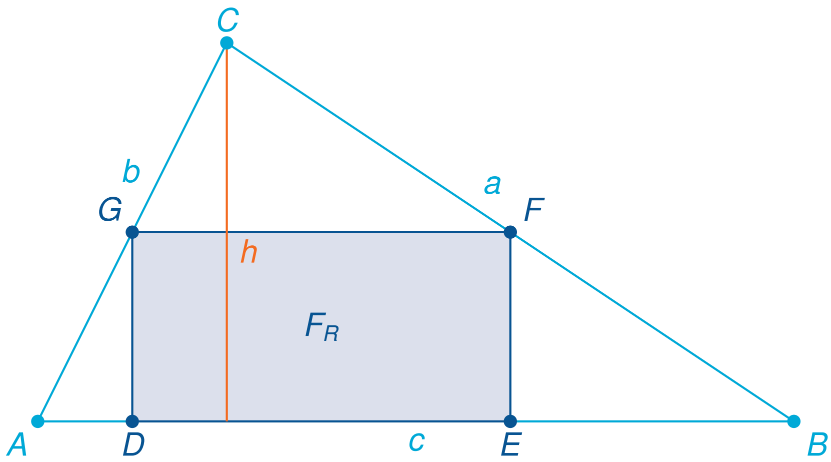


a) Bestimmen Sie die Koordinaten von Q.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts der Strecke $\overline{PQ}$.

c) Auf welcher Ortskurve liegen diese Mittelpunkte, wenn P alle vom Ursprung verschiedenen Punkte der Parabel durchläuft?

Aufgabe E4



In das Dreieck $\triangle ABC$ wird ein Rechteck $DEFG$ einbeschrieben, sodass zwei Eckpunkte auf der Seite $\overline{AB}$ liegen und das Rechteck maximale Fläche F_R hat.

Wie groß ist diese Fläche, wenn die Fläche des Dreiecks 1 Quadratmeter ist? (Mit Begründung)

Aufgabe H1

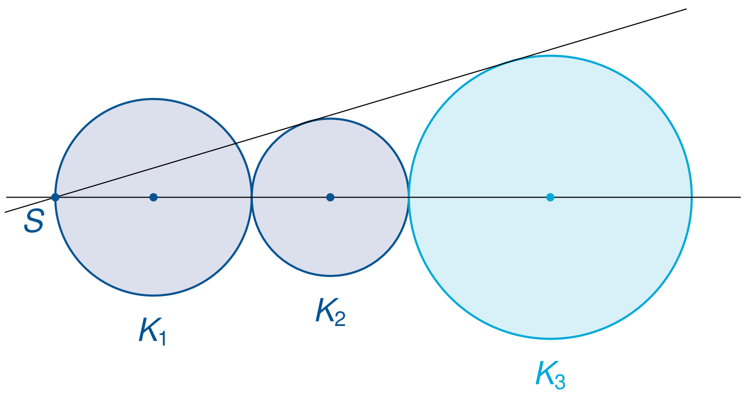
Bei einer Meinungsumfrage vor einer Wahl ermittelte man, dass von den befragten, wahlberechtigten Personen...

- ... 55 % der Personen, die jünger als 40 Jahre sind, für die Partei A stimmen.
- ... 40 % der Personen, die zwischen 40 und 60 Jahren sind, für die Partei A stimmen.
- ... 32 % der Personen, die älter als 60 Jahre sind, Partei A wählen wollen.

Die Anzahl der Wähler in den drei Altersgruppen steht im Verhältnis 7 : 5 : 3. Mit wieviel Prozent der Stimmen kann die Partei A aufgrund dieses Umfrageergebnisses bei der Wahl rechnen?

Aufgabe H2

Drei Kreise K_1, K_2 und K_3, deren Mittelpunkte auf einer Geraden liegen, stoßen mit ihren Umfängen aneinander. Der erste Kreis hat den Radius 10 und der zweite den Radius 8. Durch den äußeren Schnittpunkt S des ersten Kreises mit der Geraden läuft eine zweite Gerade, die den Kreis K_2 und auch den Kreis K_3 tangiert.



Wie groß ist der Radius des dritten Kreises K_3?

Aufgabe H3

Gesucht sind drei verschiedene Primzahlen $p_1 < p_2 < p_3$ mit der Eigenschaft, dass

$$((p_1 + 1) \cdot p_2 + 1) \cdot p_3 + 1$$

wieder eine Primzahl ist.

a) Bestimmen Sie p_1.

b) Geben Sie ein mögliches Tupel (p_1, p_2, p_3) an.

Aufgabe H4

Die drei Freunde Max, Tom und Fritz sitzen beim Kartenspiel. Als Einsatz hat jeder einige Spielmarken. Bei jeder Spielrunde zahlt der Verlierer an die beiden anderen so viele Spielmarken, dass sich deren Besitz verdoppelt.

Beim ersten Spiel verliert Max, bei der zweiten Runde verliert Tom und beim letzten Spiel hat Fritz das Nachsehen. Erstaunt stellen die Freunde nach drei Spielrunden fest, dass jeder von ihnen nun acht Spielmarken besitzt.

Wie viele Spielmarken hatten Max, Tom und Fritz vor dem ersten Spiel?

Aufgabe H5

Geben Sie die kleinste natürliche Zahl $k > 1$ an, für die

$$\sqrt{k \cdot \sqrt{k \cdot \sqrt{k}}}$$

ebenfalls eine natürliche Zahl ist.

Aufgabe H6

Jemand hat alle natürlichen Zahlen von 1 bis 200 aufgeschrieben. Dann wurden die 2, 3, 5 und 7 und alle ihre Vielfachen sowie die 1 gestrichen. Danach blieben von den 200 Zahlen noch 46 übrig.

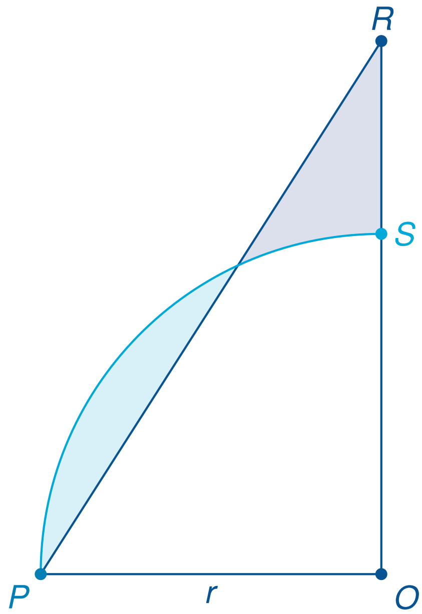
Wieviele davon sind Primzahlen?

Aufgabe H7

Marry ist 24 Jahre alt. Sie ist doppelt so alt, wie Anne war, als Marry so alt war, wie Anne jetzt ist.

Wie alt ist Anne?

Aufgabe H8



Die Figur zeigt einen Viertelkreis SP mit Mittelpunkt O und Radius r, sowie ein Dreieck $\triangle ORP$. Die beiden farbigen Bereiche haben denselben Flächeninhalt.

Wie lang ist die Strecke $\overline{OR}$?