

## Gruppenwettbewerb:

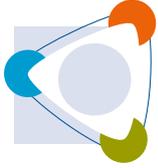
Gruppennummer:
Name und Vorname <b>eines</b> Teammitgliedes
Schulname

Allgemeine Hinweise: Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

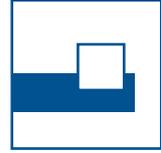
**Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!**

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt

Aufgabe:	G1	G2	G3	G4	Summe
Mögliche Punktzahl:	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl:					



# Tag der Mathematik 2024



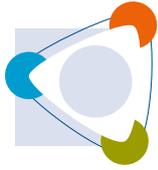
Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

## Aufgabe G1:

Gegeben seien 24 Punkte in der Ebene in allgemeiner Lage, das heißt, dass keine 3 Punkte auf einer Geraden liegen.

- a) Je 3 der 24 Punkte bestimmen dann als Eckpunkte ein Dreieck. Wieviele solcher Dreiecke kann man bilden?
- b) Aus je 4 Punkten können 4 Dreiecke gebildet werden. Zeigen Sie, dass höchstens 3 von solchen 4 Dreiecken spitzwinklig sind, das heißt, dass alle Innenwinkel kleiner  $90^\circ$  sind.



# Tag der Mathematik 2024



Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

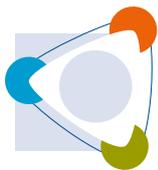
## Aufgabe G2:

$ABCD$  sei ein Quadrat mit Seitenlänge größer als 6.

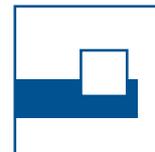
Der Kreis mit Radius  $R = 6$  um den Punkt  $A$  berührt einen Kreis mit Radius  $r = 3$ , dessen Mittelpunkt  $E$  auf der Strecke  $DC$  liegt und der durch den Punkt  $C$  geht.

Die gemeinsame Tangente im Berührungspunkt der beiden Kreise schneidet die Seite  $AD$  im Punkt  $Y$  und die Seite  $BC$  im Punkt  $Z$ .

Skizzieren Sie die Situation und bestimmen Sie den Abstand zwischen  $Y$  und  $Z$ .



# Tag der Mathematik 2024



Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

## Aufgabe G3:

- a)** Man zeige: Eine 4-stellige Dezimalzahl  $ABCD$  ist durch 11 teilbar, wenn die alternierende Quersumme

$$Q_a(A, B, C, D) := D - C + B - A$$

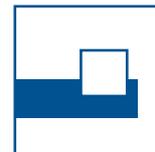
durch 11 teilbar ist.

- b)** Gegeben sei eine 4-stellige Zahl, die aus den 4 Ziffern 1,3,5,7 in beliebiger Reihenfolge besteht.

Welche Reste können entstehen, wenn sie durch 11 geteilt wird?



# Tag der Mathematik 2024

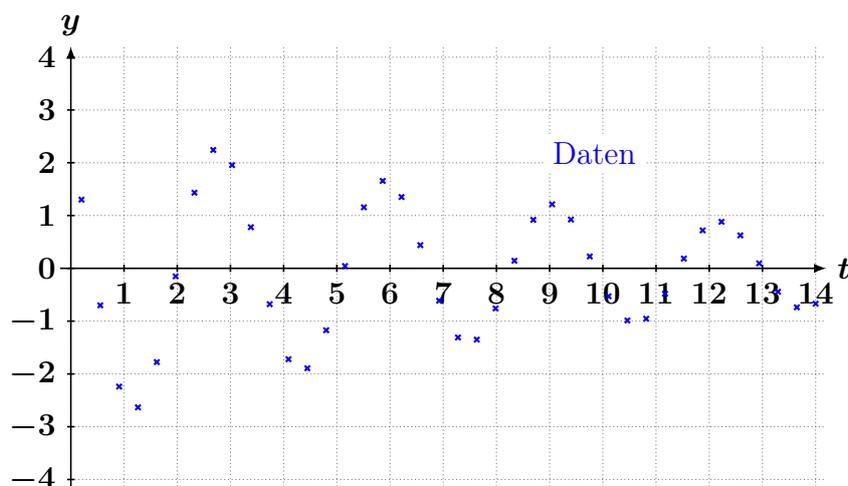


Gruppennummer

Name eines Teammitgliedes

## Aufgabe G4:

Die Messdaten (kleine blaue Kreuze) sehen wie die Daten einer gedämpften Schwingung aus. Sie sollen durch eine Funktion  $y = f(t) = a \sin(b(t + c))e^{dt}$  möglichst gut approximiert werden.

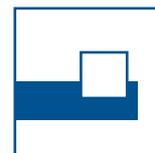


Schätzen Sie die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  möglichst gut aus den gegebenen Daten. (Eine Stelle Genauigkeit reicht.)

Die Parameterschätzungen dürfen Wurzeln, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen etc. enthalten.



# Tag der Mathematik 2024



## Einzelwettbewerb

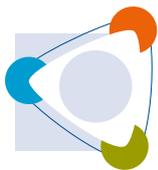
Gruppennummer:	Schülernummer:
Name, Vorname	
Schulname:	

Allgemeine Hinweise: Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

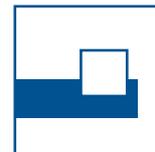
**Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!**

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt

Aufgabe:	E1	E2	E3	E4	Summe
Mögliche Punktzahl:	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl:					



# Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

## Aufgabe E1:

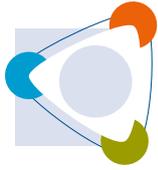
Der Graph einer Funktion  $y = f(x)$  ist punktsymmetrisch zum Ursprung  $(0|0)$ , falls gilt

$$f(-x) = -f(x) .$$

- a)** Gib eine entsprechende Gleichung für eine Funktion  $y = f(x)$  an, deren Graph punktsymmetrisch zu einem (beliebigen) Punkt  $(x_0|y_0)$  ist.
- b)** Zeigen Sie, dass der Graph jeder kubischen Funktion

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

punktsymmetrisch zu ihrem Wendepunkt ist.

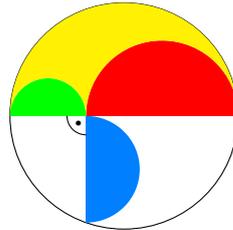


# Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

## Aufgabe E2:

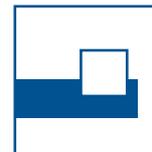


Der grüne Halbkreis (Radius  $a$ ) und der rote Halbkreis (Radius  $b$ ) liegen auf einem Durchmesser des Außenkreises (Radius  $r = a + b$ ).

In welchem Verhältnis steht die Fläche des blauen Halbkreises zur gelben Fläche?



# Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

## Aufgabe E3:

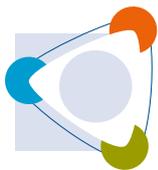
Für die natürliche Zahl  $n$  sei

$$H(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

und

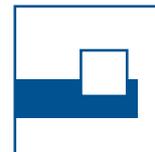
$$S(n) = \frac{H(1) + H(2) + \cdots + H(n-1)}{H(n) - 1}.$$

- Berechnen Sie  $S(2)$  und  $S(3)$ .
- Leiten Sie eine Formel für  $S(n)$  für beliebiges  $n$  her.



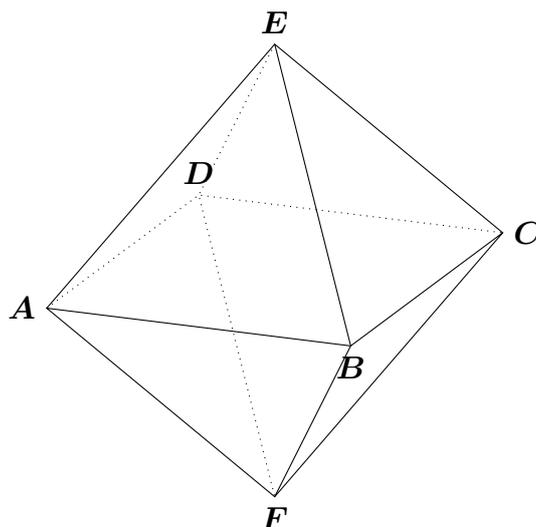
# Tag der Mathematik 2024

Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------



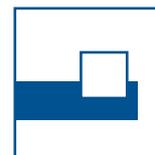
## Aufgabe E4:

Oktaeder werden von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt. Sie haben 6 Ecken und 12 Kanten.



Aufgrund der Symmetrie liegen die Ecken eines Oktaeders stets auf einer Kugel (Um-  
kugel) mit Radius  $R_u$ . Ebenso gibt es eine Kugel (Inkugel) mit Radius  $R_i$ , welche alle  
Flächen des Oktaeders von innen berührt und schließlich liegen auch die Mittelpunkte  
aller Kanten auf einer Kugel mit Radius  $R_k$ .

Berechnen Sie  $R_u$ ,  $R_k$  und  $R_i$  für ein Einheitsoktaeder mit Kantenlänge 1.



## Mathematische Hürden

### **Aufgaben**

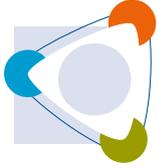
Gruppennummer:
Name eines Teammitglieds
Schulname

Allgemeine Hinweise: Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

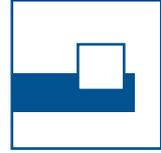
**Aufgaben bitte nur auf den Aufgabenblättern bearbeiten und abgeben!**

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt

Aufgabe:	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	Summe
Mögliche Punktzahl:	4	4	4	4	4	4	4	4	32
Erreichte Punktzahl:									



# Tag der Mathematik 2024

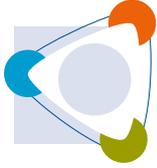


Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

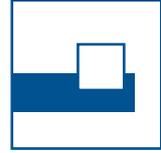
---

## Aufgabe H1:

Finden Sie eine 4-stellige Zahl ABCD, bei der die Multiplikation mit 4 die Reihenfolge der vier Ziffern umkehrt und daraus DCBA macht.



# Tag der Mathematik 2024

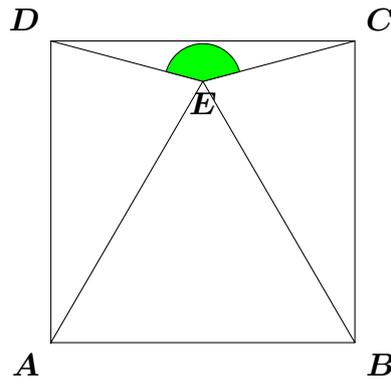


Gruppennummer

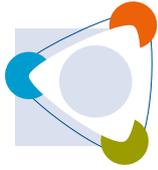
Name eines Teammitgliedes

## Aufgabe H2:

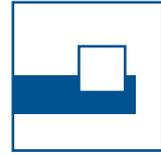
Im Quadrat  $ABCD$  liegt das gleichseitige Dreieck  $ABE$  wie in der Abbildung.



Wie groß ist der Winkel  $\angle CED$ ?



# Tag der Mathematik 2024



Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

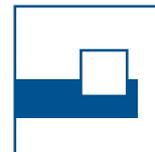
---

### Aufgabe H3:

In einem konvexen  $n$ -Eck sei die Summe von  $n - 1$  Innenwinkeln  $2024^\circ$ .  
Geben Sie  $n$  und die Größe des verbleibenden Winkels an.



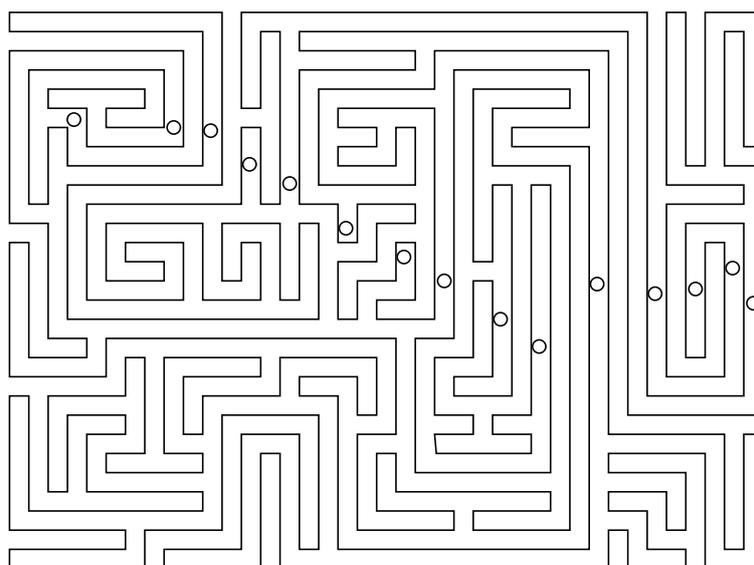
# Tag der Mathematik 2024



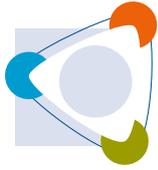
Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

## Aufgabe H4:

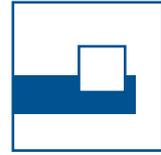
Ludwig hat auf der Weide einen langen Drahtzaun sehr verwinkelt aufgestellt und das Ende mit dem Anfang verbunden. Nun sind einige Lämmer (kleine Kreise) gar nicht eingesperrt und könnten weglaufen.



Wie viele Lämmer hat Ludwig mit dem Zaun eingesperrt?



# Tag der Mathematik 2024



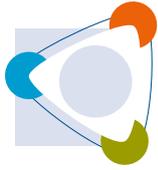
Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

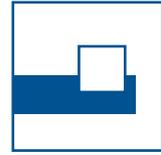
## Aufgabe H5:

Der schachbegeisterte Vater verspricht seiner Tochter mehr Taschengeld, wenn sie von drei Schachpartien, die sie abwechselnd gegen ihren Vater und gegen ihre Mutter spielt, zwei Partien in Folge gewinnt. Die Mutter spielt dabei deutlich besser als der Vater.

Die Tochter darf wählen, gegen wen sie zuerst spielen will. Sollte sie zuerst gegen ihren Vater oder zuerst gegen ihre Mutter spielen, oder ist das egal?



# Tag der Mathematik 2024



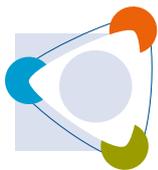
Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

## Aufgabe H6:

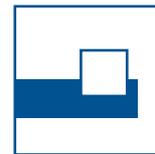
Um Störungen im Unterricht zu verringern, will eine Lehrerin ihre 12 Schülerinnen und Schüler des Leistungskurses umsetzen. Wie viele Möglichkeiten hat man 12 Personen paarweise zusammenzusetzen?

(Entscheidend ist dabei nur, welche Paare gebildet werden.)



# Tag der Mathematik 2024

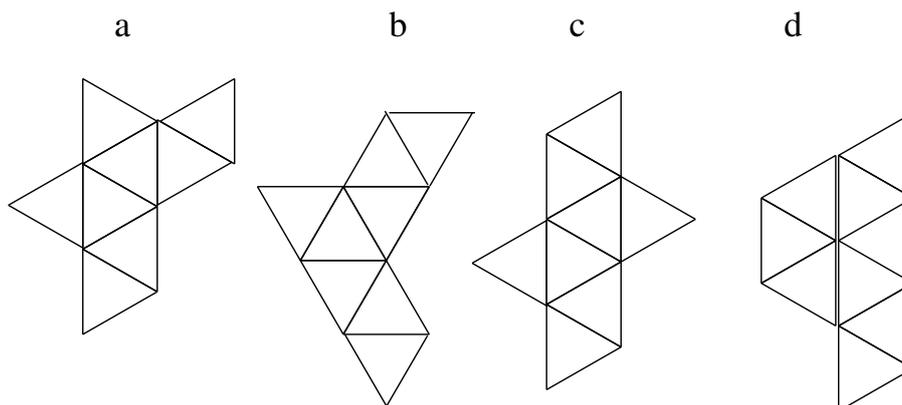
Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

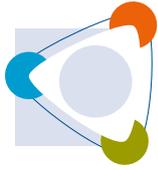


## Aufgabe H7:

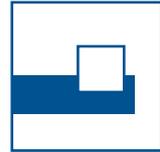
Die Oberfläche eines Oktaeders besteht aus 8 gleichseitigen Dreiecken.

Welche der abgebildeten Dreiecksnetze a,b,c,d lassen sich entlang der Dreiecksseiten zu einem Oktaeder falten?





# Tag der Mathematik 2024



Gruppennummer	Name eines Teammitgliedes
---------------	---------------------------

---

## Aufgabe H8:

Von einem dreistelligen Zahlenschloss mit der Zahlenkombination  $ABC$  sei bekannt:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $AB$ ,  $BC$  und  $ABC$  sind jeweils Primzahlen.

Wie lautet die Zahl  $ABC$ ?