

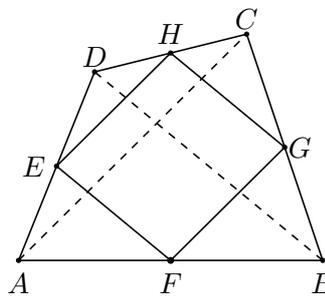
Musteraufgaben zum
Mathematikwettbewerb der Einführungsphase am 21. Februar 2024

Hinweis: Beim Mathematikwettbewerb MW-E der Einführungsphase werden Aufgaben zur Auswahl angeboten, wobei von acht Aufgaben fünf gewertet werden. Wurden mehr als fünf Aufgaben bearbeitet, so werden die Aufgaben mit den höchsten Punktzahlen berücksichtigt.

Der Lösungsweg muss dabei klar erkennbar sein.

Die folgenden acht Aufgaben sollen einen Eindruck vermitteln, welche Kenntnisse und Fähigkeiten beim Wettbewerb erforderlich sind. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner, Formelsammlung und Zeichengeräte (Zirkel, Lineal und Geodreieck). Die Lösungen zu den Musteraufgaben gibt es ab dem 01. Februar 2024 unter <http://www.z-f-m.de> im Bereich Projekte – MW-E.

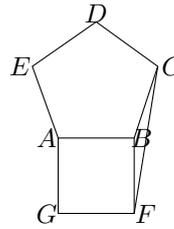
- 1.) Verbindet man in einem beliebigen Viereck $ABCD$ die Seitenmitten E, F, G und H , so erhält man ein Parallelogramm, denn nach den Strahlensätzen sind zum Beispiel die Seiten EF und GH parallel zur Diagonalen BD und halb so lang wie diese.



- a) Erläutern Sie, welche Eigenschaften das Viereck $ABCD$ haben muss, damit das Mittenviereck $EFGH$ ein Quadrat ist.
- b) Gegeben sind die Punkte $A(2|8)$, $B(0|0)$ und $C(4|2)$.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes $D(a|b)$ im 1. Quadranten so, dass das Mittenviereck von $ABCD$ ein Quadrat ist.

- 2.) a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung $8^{\frac{1}{6}} + x^{\frac{1}{3}} = \frac{7}{3-\sqrt{2}}$.
- b) Bestimmen Sie für welche Paare $(a|b)$ natürlicher Zahlen die Gleichung $\sqrt{4^a} = a^b$ gilt.

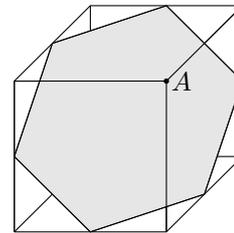
- 3.) Ein Quadrat und ein regelmäßiges Fünfeck teilen sich eine Seite. Berechnen Sie die Größe des Winkels $\angle BCF$ im Dreieck $\triangle FCB$.



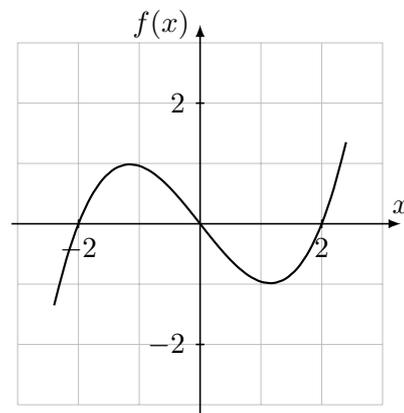
- 4.) a) Gegeben ist eine Funktion f , für die gilt: $3 \cdot f(x) + 2 \cdot f(1-x) = 2x + 9$. Berechnen Sie $f(2)$.
 Hinweis: Wählen Sie $x = -1$ und $x = 2$.
- b) Berechnen Sie für $x = \frac{1}{2}$ den Wert des Terms: $\log_a(\tan(x)) - \log_a(\sin(x)) + \log_a(\cos(x))$.

- 5.) Im Kantenmodell eines Würfels mit Kantenlänge $a = 2 \text{ cm}$ werden die Kantenmitten so verbunden, dass ein Sechseck entsteht.

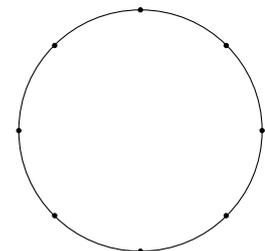
- a) Berechnen Sie die Seitenlängen und die Fläche des Sechsecks.
- b) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes A von der Sechseckfläche.



- 6.) a) Bestimmen Sie b so, dass der Scheitel der Parabel $f(x) = x^2 - bx + 8$ auf der x -Achse liegt.
- b) Nebenstehend ist das Schaubild der Funktion f dargestellt. Ermitteln Sie die Anzahl der Lösungen der Gleichung $||f(x)| - 1| = \frac{1}{2}$.



- 7.) Auf einem Kreis sind 8 Punkte gleichmäßig verteilt, d.h. benachbarte Punkte haben jeweils den gleichen Abstand zueinander. Bestimmen Sie die Anzahl an Dreiecken, deren Eckpunkte 3 der 8 Punkte auf dem Kreis sind.



- 8.) a) Jakob fährt mit dem Fahrrad zur Schule. Wenn er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $10 \frac{km}{h}$ fährt, kommt er eine Minute zu spät an. Wenn er einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $12 \frac{km}{h}$ fährt, ist er eine Minute zu früh da. Wie lang ist sein Schulweg? Bei welcher Geschwindigkeit wäre er pünktlich?
- b) Herr Müller hat sich vor Jahren ein Wohnmobil zugelegt, für das er 55 000 Euro bezahlt hat. Im ersten Jahr betragen die Unterhaltungs- und Reparaturkosten 2000 Euro. Diese steigen von Jahr zu Jahr jeweils um 6%. Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren haben diese in Summe den Anschaffungswert überschritten haben?

Tipp: Für die endliche geometrische Reihe gilt: $q^0 + q^1 + \dots + q^{n-1} = \frac{q^n - 1}{q - 1}$.